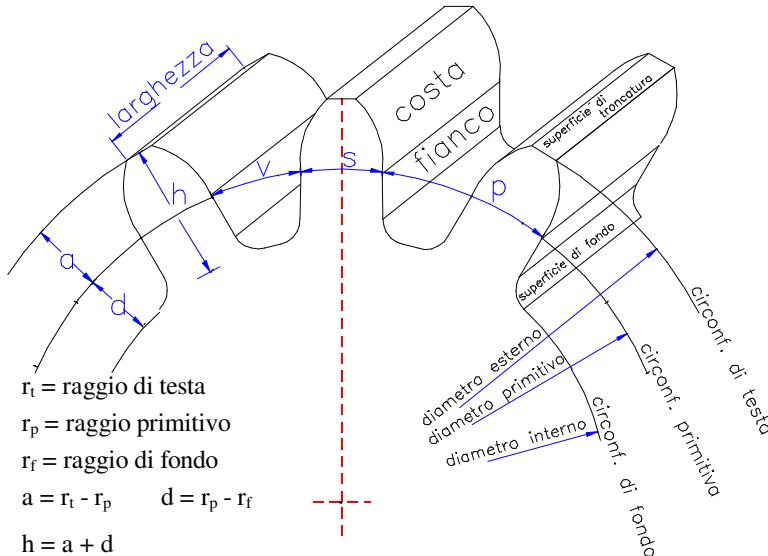


TRASMISSIONE DI POTENZA CON RUOTE DENTATE CILINDRICHE A DENTI DIRITTI

Per trasmettere potenze elevate si ricorre all'uso di ruote dentate in cui la forza periferica da trasmettere non dipende più dall'aderenza tra i materiali a contatto, ma tale forza si esercita tra i denti che ingranano tra di loro. Le ruote dentate si possono immaginare come due ruote ideali di frizione le cui circonferenze di contatto sono le circonferenze primitive. Due ruote dentate che ingranano tra di loro costituiscono un meccanismo chiamato INGRANAGGIO.

Elementi caratteristici di una ruota dentata



CIRCONFERENZA DI TESTA: è la circonferenza che limita la sommità dei denti.

CIRCONFERENZA PRIMITIVA: è la circonferenza lungo la quale avviene il contatto della coppia di ruote dentate.

CIRCONFERENZA DI FONDO: è la circonferenza che limita la base dei denti.

PASSO (p): è la lunghezza dell'arco di circonferenza primitiva compreso tra gli assi di due denti consecutivi.

SPESORE (s): è la lunghezza dell'arco di circonferenza primitiva delimitata da un dente.

VANO (v): è la lunghezza dell'arco di circonferenza primitiva compreso tra due denti consecutivi.

LARGHEZZA: è la larghezza della parte dentata della ruota.

ALTEZZA (h): è la distanza misurata lungo il raggio fra la circonferenza di testa e quella di fondo.

COSTA: è la parte del dente compresa tra la circonferenza primitiva e quella di testa.

FIANCO: è la parte del dente compresa tra la circonferenza di fondo e quella primitiva.

ADDENDUM (a): è l'altezza della testa del dente.

DEDENDUM (d): è l'altezza della base del dente.

Indicando con d_p il diametro della circonferenza primitiva e con z il numero dei denti, per ogni ruota dentata vale la seguente relazione per il calcolo del passo:

$$p = \frac{\pi \cdot d_p}{z} = \frac{\text{lunghezza della circonferenza primitiva}}{\text{numero di denti}}$$

Il passo è un numero irrazionale; per questo motivo si preferisce caratterizzare la dentatura delle ruote dentate tramite un altro parametro, il **MODULO** m (numero razionale):

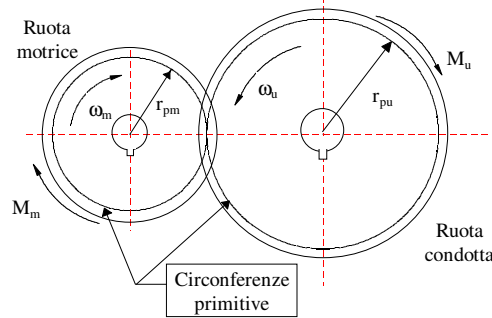
$$m = \frac{d_p}{z} = \frac{\text{lunghezza del diametro primitivo}}{\text{numero di denti}} \quad (\text{mm})$$

Poiché:

$$\left. \begin{array}{l} p = \frac{\pi \cdot d_p}{z} \\ m = \frac{d_p}{z} \end{array} \right\} \Rightarrow p = \frac{\pi \cdot d_p}{z} = \pi \cdot m ; \quad m = \frac{p}{\pi}$$

Due ruote ingrananti tra di loro hanno lo stesso passo e quindi lo stesso modulo.

RAPPORTO DI TRASMISSIONE: poiché le ruote dentate si possono immaginare come due ruote ideali di frizione le cui circonferenze di contatto sono le circonferenze primitive, vale quanto detto per le ruote di frizione; particolarizzando nel caso delle ruote dentate si calcola:



$$i = \frac{\omega_m}{\omega_u} \quad \text{ricordando che} \quad \begin{cases} \omega_m = \frac{2\pi n_m}{60} \\ \omega_u = \frac{2\pi n_u}{60} \end{cases} \Rightarrow i = \frac{2\pi n_m}{2\pi n_u} \quad \text{semplificando}$$

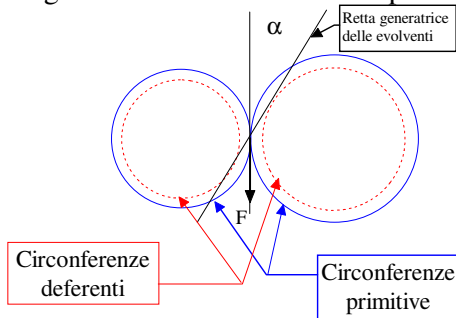
$$i = \frac{\omega_m}{\omega_u} = \frac{n_m}{n_u} \quad \text{o anche} \quad i = \frac{\omega_m}{\omega_u} = \frac{d_{pu}}{d_{pm}} \quad \text{poiché}$$

$$\left. \begin{array}{l} d_{pu} = m \cdot z_u \\ d_{pm} = m \cdot z_m \end{array} \right\} \Rightarrow i = \frac{d_{pu}}{d_{pm}} = \frac{m \cdot z_u}{m \cdot z_m} \quad \text{semplificando} \quad i = \frac{z_u}{z_m}$$

Quindi nel caso delle ruote dentate il rapporto di trasmissione è uguale anche al rapporto tra il numero di denti della ruota condotta e il numero di denti della ruota motrice.

I denti delle ruote dentate sono costruiti con particolari profili, detti profili coniugati (molto usati sono i profili ad evolvente); questa particolarità costruttiva consente ai denti di non staccarsi o compenetrarsi durante il funzionamento.

I denti della ruota motrice trasmettono ai denti della ruota condotta una spinta S che ha direzione tale da formare un angolo di pressione α con la tangente comune alle due circonferenze primitive. La forza utile trasmessa dalla ruota motrice a quella condotta è la componente della spinta S sulla tangente alle due circonferenze primitive e vale:



$$F = S \cdot \cos \alpha$$

Il valore dell'angolo di pressione α influisce sul numero minimo di denti che una ruota può avere affinché il profilo del dente sia tutto coniugato (CONDIZIONE DI NON INTERFERENZA). α viene assunto solitamente uguale a 20° e in pratica il numero minimo di denti si assume in funzione dell'angolo α e del rapporto di trasmissione come indicato nella seguente tabella:

| | | | | | | | | | |
|--|----|-----|----|-----|----|-----|----|----|-------------|
| Rapporto di trasmissione $i = \frac{z_u}{z_m}$ | 1 | 1,5 | 2 | 2,5 | 3 | 3,5 | 4 | 6 | $8 \div 12$ |
| Numero minimo di denti z_m per $\alpha = 20^\circ$ | 13 | 14 | 15 | 15 | 16 | 16 | 16 | 16 | 17 |

PROPORZIONAMENTO MODULARE: consiste nel calcolare le dimensioni dei denti della ruota dentata in funzione del modulo della dentatura. Noto il modulo m si pone:

$$a = m ; \quad d = 1,25 m ; \quad h = m + 1,25 m = 2,25 m$$

$$r_t = r_p + a = r_p + m ; \quad s = \frac{p}{2} = \frac{\pi \cdot m}{2}$$

I raggi delle ruote vengono calcolati in funzione dell'interasse e del rapporto di trasmissione.

CALCOLO DI RESISTENZA DEL MODULO: si fa in funzione della potenza da trasmettere, del numero di denti e del carico unitario di sicurezza del materiale tenuto conto della dinamicità della trasmissione e quindi dalla velocità della ruota. Per una larghezza della ruota dentata pari a 10 moduli ($L = 10 m$) e per uno spessore del dente uguale a mezzo passo ($s = p / 2$), facendo delle considerazioni sul carico che deve sopportare ogni dente (considerando un solo dente in presa), si giunge alla seguente espressione:

$$m = \sqrt[3]{\frac{M}{k \cdot z}} \quad \text{con} \quad \begin{cases} M = \frac{9549 P}{n} \times 1000 \text{ (N} \cdot \text{mm)} & \text{con } P \text{ in kW} \\ z = \text{numero di denti} \\ k = \text{carico unitario di sicurezza} \left(\frac{\text{N}}{\text{mm}^2} \right) \\ \text{(dipende dal materiale e dalla velocità della ruota)} \end{cases}$$

che può essere trasformata nella seguente:

$$m = \sqrt{\frac{F}{2 k}} \quad \text{con } F = \frac{M}{r_p} \quad \text{forza trasmessa dalla ruota}$$

Quando la larghezza della ruota è diversa da 10 moduli, il valore di m così calcolato si moltiplica per un coefficiente correttivo γ riportato nella seguente tabella:

| | | | | | | | |
|----------|------|-------|-------|-------|-------|-------|-------|
| L | 8 m | 12 m | 14 m | 15 m | 16 m | 18 m | 20 m |
| γ | 1,71 | 0,972 | 0,924 | 0,900 | 0,884 | 0,835 | 0,807 |

Calcolato il modulo si sceglie il valore che più si avvicina per eccesso ad uno dei valori di modulo unificato. Questo metodo di proporzionamento è approssimativo e porta al calcolo di denti sovradimensionati.

| Moduli unificati UNI - 6586 in mm | | | | | | | | | | | | | | | |
|--|------|-------|-------|------|------|------|-----|-----|-----|---|---|----|----|----|----|
| Moduli da preferire | 0,5 | 1 | 1,25 | 1,5 | 2 | 2,5 | 3 | 4 | 5 | 6 | 8 | 10 | 12 | 16 | 20 |
| Moduli possibili | 0,75 | 1,125 | 1,375 | 1,75 | 2,25 | 2,75 | 3,5 | 4,5 | 5,5 | 7 | 9 | 11 | 14 | 18 | 22 |

RENDIMENTO: per lo strisciamento dei denti in presa si ha una perdita di potenza per attrito fra i denti in moto relativo; per una coppia di ruote dentate si calcola

$$\eta = 1 - f \cdot \pi \cdot \left(\frac{1}{z_m} + \frac{1}{z_u} \right)$$

Il rendimento dipende, oltre che dal coefficiente d'attrito f , anche dal numero di denti delle due ruote; più precisamente, il rendimento aumenta adottando ruote con numero di denti piuttosto elevato. Per ingranaggi ad assi paralleli si ha $\eta = 0,95 \div 0,98$.